

## فصل دوم

### مولفه های متقارن

## Symmetrical Components

۱-۲ تجزیه سیستم  $n$  فازه نامتعادل با مولفه های متقارن

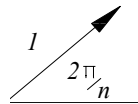
برای شناختن یک بردار در فضا بهتر است آنرا بر روی سه محور تصویر کرد و مولفه های آنرا بدست آورد. شبکه ممکن است در یک نقطه نامتعادل باشد یعنی در یک نقطه اتصال کوتاهی رخ داده و شبکه نامتعادل گردد. در این حال جریان عبوری از فاز معیوب، از دو طرف باید حساب شده و قدرت کلیدهای قطع نیز بایستی محاسبه شوند تا در کمترین مدت زمان این قسمت از شبکه را از خط خارج کنند در غیر اینصورت ژنراتور سنکرون بحالت غیر سنکرون رسیده و بطور تصادفی به حالت قطع و خاموشی خواهد رفت. برای حساب کردن قدرت قطع کلیدهای قدرت باید محاسبات سیستم سه فاز را در حالت نامتعادلی انجام دهیم. راه عامیانه و سنتی، حل شبکه از طریق محاسبات گره و مش ( $kclgkvl$ ) است. اما به علت وسعت شبکه و همینطور قرار گرفتن در وضعیت نامتعادلی محاسبات مشکل خواهد بود. یک سیستم  $n$  فاز نامتعادل، قابل تجزیه به  $n$  سیستم  $n$  فازه متعادل است. برای این منظور از روش مولفه های متقارن که در سال ۱۹۱۸ میلادی توسط فورتسکیو (Fortesque) معرفی شد استفاده خواهد شد. در این روش، یک سیستم  $n$  فازه نامتعادل به  $n$  سیستم  $n$  فازه متعادل و بر مبنای بردار اپراتور ترتیب که در زیر بیان شده، تجزیه خواهد شد.

$\bar{a}_n$  = Sequence Operator for  $n$  Phase System

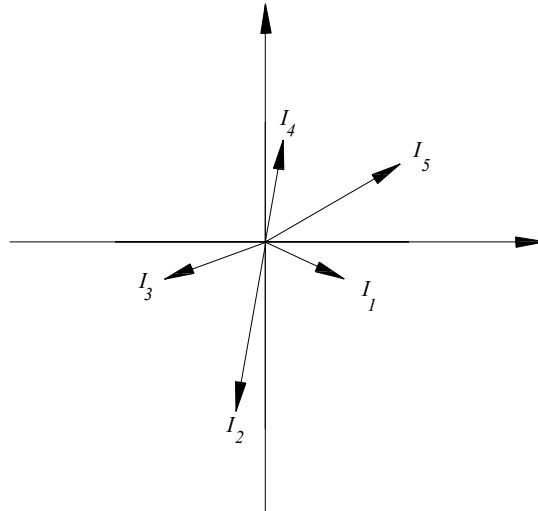
$$\bar{a}_n = e^{j\frac{2\pi}{n}}$$

$$\bar{a}_n = 1 \angle 2\pi/n$$

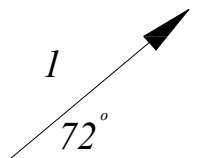
$$\bar{a}_n^n = 1 \angle 0 \quad \bar{a}_n^0 = 1 \angle 0$$



بعنوان مثال فرض میکنیم که در یک سیستم ۵ فازه نامتعادل جریانهها به صورت زیر است:



این سیستم ۵ فازه نامتعادل را می شود به ۵ سیستم ۵ فازه متعادل تبدیل کرد. بردار  $\bar{a}_5 = e^{j2\pi/5}$  در زیر نشان داده شده است.



۷- سیستم ۵ فازه ترتیب صفر یا ترتیب ۵ (با فرض بردار فاز ۱  $\bar{I}_{V,1}$ )

فاز ۲ = بردار یک یا فاز ۱ را ۵ بار در جهت مثلثاتی به  $\bar{a}_5 = e^{j2\pi/5} = e^{j72^\circ}$  ضرب می کنیم

فاز ۳ = فاز ۲ را ۵ بار در جهت مثلثاتی به  $\bar{a}_5$  ضرب می کنیم.

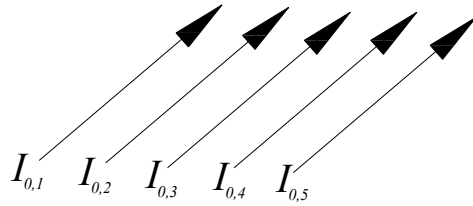
فاز ۴ = فاز ۳ را ۵ بار در جهت مثلثاتی به  $\bar{a}_5$  ضرب می کنیم.

فاز ۵ = فاز ۴ را ۵ بار در جهت مثلثاتی به  $\bar{a}_5$  ضرب می کنیم.

$$\bar{I}_{0,i} = \bar{a}_5^0 \bar{I}_{0,i-1} = \bar{I}_{0,i-1}$$

$$\bar{I}_{V,i} = \bar{a}_5^i \bar{I}_{V,i-1} = \bar{I}_{V,i-1} \quad i = 2, 3, \dots, 5$$

$$\bar{a}_5^0 = \bar{a}_5^5 = 1 \angle 0$$

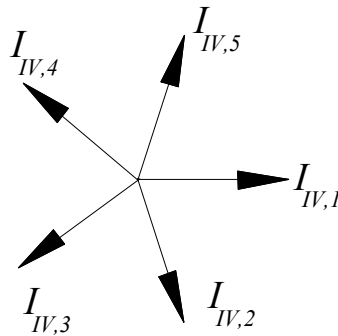


IV- سیستم ۵ فازه ترتیب ۴ (با فرض فاز ۱  $\bar{I}_{IV,1}$ )

فاز ۲ = فاز ۱ را ۴ بار در جهت مثلثاتی به  $\bar{a}_5 = e^{j2\pi/7} = j72^\circ$  ضرب می کنیم  
 فاز ۳ = فاز ۲ را ۴ بار در جهت مثلثاتی به  $\bar{a}_5$  ضرب می کنیم.  
 فاز ۴ = فاز ۳ را ۴ بار در جهت مثلثاتی به  $\bar{a}_5$  ضرب می کنیم.  
 فاز ۵ = فاز ۴ را ۴ بار در جهت مثلثاتی به  $\bar{a}_5$  ضرب می کنیم.

$$\bar{I}_{IV,i} = \bar{a}_5^4 \bar{I}_{IV,i-1} = \bar{a}_5^{-1} \bar{I}_{IV,i-1} \quad i = 2, 3, \dots, 5$$

$$\bar{a}_5^4 = \bar{a}_5^{-1} \cdot \bar{a}_5^5 = \bar{a}_5^{-1} \cdot (1 \angle 0) = \bar{a}_5^{-1}$$

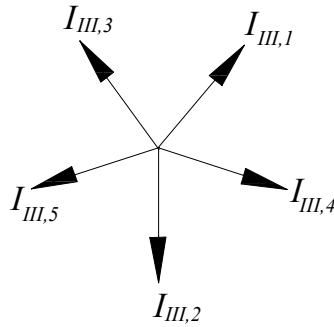


III- سیستم ۵ فازه ترتیب ۳ (با فرض فاز ۱  $\bar{I}_{III,1}$ )

فاز ۲ = فاز ۱ را ۳ بار در جهت مثلثاتی به  $\bar{a}_5 = e^{j2\pi/7} = j72^\circ$  ضرب می کنیم  
 فاز ۳ = فاز ۲ را ۳ بار در جهت مثلثاتی به  $\bar{a}_5$  ضرب می کنیم.  
 فاز ۴ = فاز ۳ را ۳ بار در جهت مثلثاتی به  $\bar{a}_5$  ضرب می کنیم.  
 فاز ۵ = فاز ۴ را ۳ بار در جهت مثلثاتی به  $\bar{a}_5$  ضرب می کنیم.

$$\bar{I}_{III,i} = \bar{a}_5^3 \bar{I}_{III,i-1} = \bar{a}_5^{-2} \bar{I}_{III,i-1} \quad i = 2,3,\dots,5$$

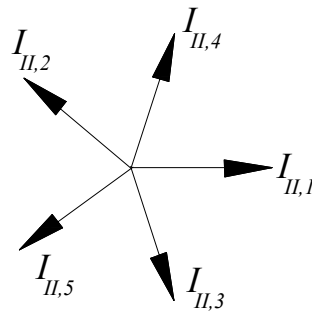
$$\bar{a}_5^3 = \bar{a}_5^{-2} \bar{a}_5^5 = \bar{a}_5^{-2} \cdot (1 \angle 0) = \bar{a}_5^{-2}$$



II - سیستم ۵ فازه ترتیب ۲ (با فرض فاز ۱  $\bar{I}_{II,1}$ )

فاز ۲ = فاز ۱ را ۲ بار در جهت مثلثاتی به  $\bar{a}_5 = e^{j2\pi/7} = j72^\circ$  ضرب می کنیم  
 فاز ۳ = فاز ۲ را ۲ بار در جهت مثلثاتی به  $\bar{a}_5$  ضرب می کنیم.  
 فاز ۴ = فاز ۳ را ۲ بار در جهت مثلثاتی به  $\bar{a}_5$  ضرب می کنیم.  
 فاز ۵ = فاز ۴ را ۲ بار در جهت مثلثاتی به  $\bar{a}_5$  ضرب می کنیم.

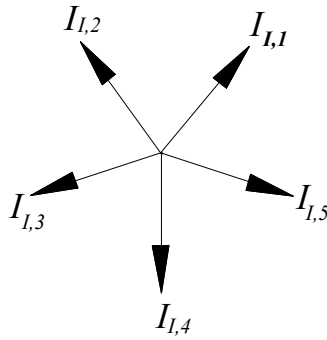
$$\bar{I}_{II,i} = \bar{a}_5^2 \bar{I}_{II,i-1} = \bar{a}_5^{-3} \bar{I}_{II,i-1} \quad i = 2,3,\dots,5$$



I - سیستم ۵ فازه ترتیب ۱ (با فرض فاز ۱  $\bar{I}_{I,1}$ )

فاز ۲ = فاز ۱ را ۱ بار در جهت مثلثاتی به  $\bar{a}_5 = e^{j2\pi/7} = j72^\circ$  ضرب می کنیم  
 فاز ۳ = فاز ۲ را ۲ بار در جهت مثلثاتی به  $\bar{a}_5$  ضرب می کنیم.  
 فاز ۴ = فاز ۳ را ۱ بار در جهت مثلثاتی به  $\bar{a}_5$  ضرب می کنیم.  
 فاز ۵ = فاز ۴ را ۱ بار در جهت مثلثاتی به  $\bar{a}_5$  ضرب می کنیم.

$$\bar{I}_{1,i} = \bar{a}_5^1 \bar{I}_{1,i-1} = \bar{a}_5 \bar{I}_{1,i-1} \quad i = 2,3,\dots,5$$



مجموع توالی فازهای ۱، باید بردار فاز ۱ را نتیجه دهد. به همین صورت مجموع توالی هر فاز بردار همان فاز را نتیجه می دهد.

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_{V,1} + \bar{I}_{IV,1} + \bar{I}_{III,1} + \bar{I}_{II,1} + \bar{I}_{I,1}$$

$$\bar{I}_2 = \bar{I}_{V,2} + \bar{I}_{IV,2} + \bar{I}_{III,2} + \bar{I}_{II,2} + \bar{I}_{I,2}$$

$$\bar{I}_3 = \bar{I}_{V,3} + \bar{I}_{IV,3} + \bar{I}_{III,3} + \bar{I}_{II,3} + \bar{I}_{I,3}$$

$$\bar{I}_4 = \bar{I}_{V,4} + \bar{I}_{IV,4} + \bar{I}_{III,4} + \bar{I}_{II,4} + \bar{I}_{I,4}$$

$$\bar{I}_5 = \bar{I}_{V,5} + \bar{I}_{IV,5} + \bar{I}_{III,5} + \bar{I}_{II,5} + \bar{I}_{I,5}$$

بعبارت دیگر مجموع فازهای یک بردار مثلاً ۴ از ۵ سیستم بدست آمده در سیستم متعادل باید بردار  $\bar{I}_4$  در سیستم نامتعادل را بدهد.

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_{0/V,1} + \bar{I}_{I,1} + \bar{I}_{II,1} + \bar{I}_{III,1} + \bar{I}_{IV,1}$$

$$\bar{I}_2 = \bar{I}_{0/V,1} + \bar{a}_5^1 \bar{I}_{I,1} + \bar{a}_5^2 \bar{I}_{II,1} + \bar{a}_5^3 \bar{I}_{III,1} + \bar{a}_5^4 \bar{I}_{IV,1}$$

$$\bar{I}_3 = \bar{I}_{0/V,1} + \bar{a}_5^2 \bar{I}_{I,1} + \bar{a}_5^4 \bar{I}_{II,1} + \bar{a}_5^1 \bar{I}_{III,1} + \bar{a}_5^3 \bar{I}_{IV,1}$$

$$\bar{I}_4 = \bar{I}_{0/V,1} + \bar{a}_5^3 \bar{I}_{I,1} + \bar{a}_5^1 \bar{I}_{II,1} + \bar{a}_5^4 \bar{I}_{III,1} + \bar{a}_5^2 \bar{I}_{IV,1}$$

$$\bar{I}_5 = \bar{I}_{0/V,1} + \bar{a}_5^4 \bar{I}_{I,1} + \bar{a}_5^3 \bar{I}_{II,1} + \bar{a}_5^2 \bar{I}_{III,1} + \bar{a}_5^1 \bar{I}_{IV,1}$$

در اینصورت می توان بردار جریانهای واقعی سیستم نامتعادل را بر حسب بردار جریان مولفه متقارن فاز ۱ بصورت زیر نوشت:

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \\ \bar{I}_3 \\ \bar{I}_4 \\ \bar{I}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \bar{a}_5^1 & \bar{a}_5^2 & \bar{a}_5^3 & \bar{a}_5^4 \\ 1 & \bar{a}_5^2 & \bar{a}_5^4 & \bar{a}_5^1 & \bar{a}_5^3 \\ 1 & \bar{a}_5^3 & \bar{a}_5^1 & \bar{a}_5^4 & \bar{a}_5^2 \\ 1 & \bar{a}_5^4 & \bar{a}_5^3 & \bar{a}_5^2 & \bar{a}_5^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_{0/V,1} \\ \bar{I}_{I,1} \\ \bar{I}_{II,1} \\ \bar{I}_{III,1} \\ \bar{I}_{IV,1} \end{bmatrix}$$

در حالت کلی رابطه جبری برای این مسئله را بصورت زیر می توان نوشت (برای سادگی در نمایش  $\bar{a}_n^i = \bar{a}^i$ ):

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \bar{I}_{n-1} \\ \bar{I}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & \bar{a} & \bar{a}^2 & \dots & \bar{a}^{n-2} & \bar{a}^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \bar{a}^2 & \bar{a}^4 & \dots & \bar{a}^{n-4} & \bar{a}^{n-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \bar{a}^{n-2} & \bar{a}^{n-4} & \dots & \bar{a}^4 & \bar{a}^2 \\ 1 & \bar{a}^{n-1} & \bar{a}^{n-2} & \dots & \bar{a}^2 & \bar{a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_{0,1} \\ \bar{I}_{I,1} \\ \vdots \\ \vdots \\ \bar{I}_{n-2,1} \\ \bar{I}_{n-1,1} \end{bmatrix}$$

$$\bar{I}_{1,\dots,n} = \bar{T}_n \cdot \bar{I}_{0,I,\dots,n-1}$$

$$\bar{I}_{0,I,\dots,n-1} = \bar{I}_{(0,I,\dots,n-1),I}$$

$$\bar{I}_{1,2,\dots,n}$$

$$\bar{T}_n$$

بردار جریان های مولفه های متقارن فاز ۱

بردار جریانهای واقعی سیستم  $n$  فازه

ماتریس تبدیل مولفه های متقارن سیستم  $n$  فازه

## ۲-۲ تجزیه سیستم ۳ فازه نامتعادل با مولفه های متقارن

در یک سیستم سه فاز نیز پیدا کردن مولفه های متقارن  $\bar{I}_0, \bar{I}_I, \bar{I}_{II}$  مورد نظر می باشند که منظور مولفه های متقارن فاز ۱ بصورت  $\bar{I}_{0,1}, \bar{I}_{I,1}, \bar{I}_{II,1}$  میباشد. برای حل مسئله کافی است معکوس ماتریس نوشته شده،  $\bar{T}_3$ ، را یافته و با ضرب در ماتریس جریانهای سیستم نامتعادل  $(\bar{I}_3, \bar{I}_2, \bar{I}_1)$ ، جریانهای سیستم متعادل بدست می آید. به این معنی که از معکوس ماتریس  $\bar{T}_3$ ، یعنی  $\bar{T}_3^{-1}$ ، می توان مولفه های متقارن را بدست آورده و از سیستم نامتعادل به مولفه ها و از مولفه ها به سیستم نامتعادل رسید. برای یک سیستم سه فازه داریم:

$$\bar{I}_{1,2,3} = \bar{T}_3 \bar{I}_{0,I,II}$$

$$\bar{I}_{0,I,II} = \bar{T}_3^{-1} \bar{I}_{1,2,3}$$

اگر فاز  $\bar{I}_1$  بعنوان مبنا باشد:

$$\bar{I}_1 = |\bar{I}_1| \angle I_1 = I_1 \angle I_1$$

$$\bar{a} = \bar{a}_3 = e^{j\frac{2\pi}{3}} = e^{j120} = 1 \angle 2\pi/3$$

$$\bar{a}_3^3 = 1 \angle 0 \quad \bar{a}_3^0 = 1 \angle 0$$

$$\bar{a}^2 + \bar{a} + 1 = 0$$

$$\bar{a}^* = \bar{a}^2$$

$$(\bar{a}^2)^* = \bar{a}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \\ \bar{I}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \bar{a} & \bar{a}^2 \\ 1 & \bar{a}^2 & \bar{a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_{0,1} \\ \bar{I}_{I,1} \\ \bar{I}_{II,1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \bar{a} & \bar{a}^2 \\ 1 & \bar{a}^2 & \bar{a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_0 \\ \bar{I}_- \\ \bar{I}_+ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \\ \bar{I}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \bar{a} & \bar{a}^2 \\ 1 & \bar{a}^2 & \bar{a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_0 \\ \bar{I}_i \\ \bar{I}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \bar{a} & \bar{a}^2 \\ 1 & \bar{a}^2 & \bar{a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_0 \\ \bar{I}_- \\ \bar{I}_+ \end{bmatrix}$$

سیستم سه فازه مستقیم + سیستم سه فازه معکوس + سیستم سه فازه همپولر = سیستم سه فازه نا متعادل

توالی صفر

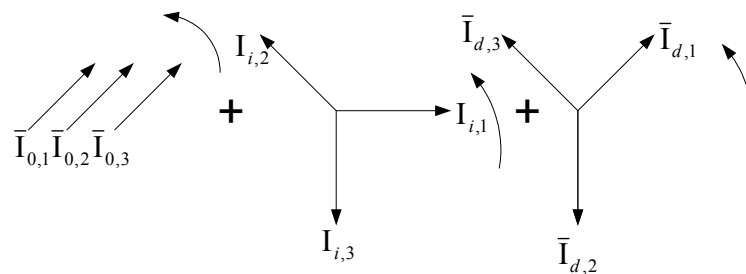
توالی -

توالی +

ترتیب ۰، ۰، ۱  $\bar{I}_{0,1}$

ترتیب ۱، ۱، ۱  $\bar{I}_{I,1}$

ترتیب ۲، ۲، ۱  $\bar{I}_{II,1}$



ترتیب ۲  $\bar{I}_{II,1}$ : متشکل از سه بردار مساوی از نظر قدر مطلق و با اختلاف زاویه ای ۱۲۰ درجه بهم بوده که

توالی فاز مولفه ها با سیستم یکسان است (۱، ۲، ۳ یا abc).

ترتیب ۱،  $\bar{I}_{I,1}$ : متشکل از سه بردار مساوی از نظر قدر مطلق و با اختلاف زاویه ای ۱۲۰ درجه بهم بوده که

توالی فاز مولفه ها معکوس سیستم است (۱، ۳، ۲ یا acb).

ترتیب ۰،  $\bar{I}_{0,1}$ : متشکل از سه بردار مساوی از نظر قدر مطلق و با اختلاف زاویه ای صفر درجه بهم است.

این مجموعه بردارها با سرعت زاویه ای  $f = 50 \text{ HZ}$ ،  $\omega = 2\pi f$  در حال چرخش هستند.

برای مجموعه بردارهای ولتاژها با ترتیب a,b,c نیز بصورت مشابه می توان نوشت.

$$\bar{V}_a = \bar{V}_{0,a} + \bar{V}_{-,a} + \bar{V}_{+,a} = \bar{V}_{0,a} + \bar{V}_{i,a} + \bar{V}_{d,a}$$

$$\bar{V}_b = \bar{V}_{0,b} + \bar{V}_{-,b} + \bar{V}_{+,b} = \bar{V}_{0,b} + \bar{V}_{i,b} + \bar{V}_{d,b}$$

$$\bar{V}_c = \bar{V}_{0,c} + \bar{V}_{-,c} + \bar{V}_{+,c} = \bar{V}_{0,c} + \bar{V}_{i,c} + \bar{V}_{d,c}$$

برای مجموعه بردارهای ولتاژها با ترتیب 1,2,3 می توان نوشت.

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_{0,1} + \bar{V}_{-,1} + \bar{V}_{+,1} = \bar{V}_{0,1} + \bar{V}_{i,1} + \bar{V}_{d,1}$$

$$\bar{V}_2 = \bar{V}_{0,2} + \bar{V}_{-,2} + \bar{V}_{+,2} = \bar{V}_{0,2} + \bar{V}_{i,2} + \bar{V}_{d,2} = \bar{V}_{0,1} + \bar{a}\bar{V}_{i,1} + \bar{a}^2\bar{V}_{d,1}$$

$$\bar{V}_3 = \bar{V}_{0,3} + \bar{V}_{-,3} + \bar{V}_{+,3} = \bar{V}_{0,3} + \bar{V}_{i,3} + \bar{V}_{d,3} = \bar{V}_{0,1} + \bar{a}^2\bar{V}_{i,1} + \bar{a}\bar{V}_{d,1}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_0 \\ \bar{V}_i \\ \bar{V}_d \end{bmatrix} = \bar{T}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \\ \bar{V}_3 \end{bmatrix}$$

اگر فاز  $\bar{I}_1$  به عنوان مبنا باشد داریم.

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_{0,1} + \bar{I}_{i,1} + \bar{I}_{d,1} = \bar{I}_{0,1} + \bar{I}_{i,1} + \bar{I}_{d,1}$$

$$\bar{I}_2 = \bar{I}_{0,2} + \bar{I}_{i,2} + \bar{I}_{d,2} = \bar{I}_{0,1} + \bar{a}\bar{I}_{i,1} + \bar{a}^2\bar{I}_{d,1}$$

$$\bar{I}_3 = \bar{I}_{0,3} + \bar{I}_{i,3} + \bar{I}_{d,3} = \bar{I}_{0,1} + \bar{a}^2\bar{I}_{i,1} + \bar{a}\bar{I}_{d,1}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_0 \\ \bar{I}_i \\ \bar{I}_d \end{bmatrix} = \bar{T}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \\ \bar{I}_3 \end{bmatrix}$$

بدست آوردن  $\bar{T}^{-1}$ :

$$\bar{T}^t = \bar{T} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \bar{a} & \bar{a}^2 \\ 1 & \bar{a}^2 & \bar{a} \end{bmatrix}$$

$$|\bar{T}| = \det[\bar{T}] = 1(\bar{a}^2 - \bar{a}) + 1(\bar{a}^2 - \bar{a}) + 1(\bar{a}^2 - \bar{a}) = 3(\bar{a}^2 - \bar{a})$$

از روی  $\bar{T}^t$  ماتریس کمکی  $T_{adj}$  را می نویسیم.

$$T_{adj} = \begin{bmatrix} \bar{a}^2 - \bar{a} & \bar{a}^2 - \bar{a} & \bar{a}^2 - \bar{a} \\ \bar{a}^2 - \bar{a} & \bar{a} - 1 & 1 - \bar{a}^2 \\ \bar{a}^2 - \bar{a} & 1 - \bar{a} & \bar{a} - 1 \end{bmatrix}$$

با توجه به رابطه زیر خواهیم داشت:

$$\frac{\bar{a} - 1}{\bar{a}^2 - \bar{a}} = \frac{1}{\bar{a}} = \frac{\bar{a}^2}{\bar{a}^3} = \frac{\bar{a}^2}{1} = \bar{a}^2$$

$$T^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \bar{a}^2 & \bar{a} \\ 1 & \bar{a} & \bar{a}^2 \end{bmatrix}$$

$$\bar{a} = e^{j120}$$

$$\bar{a} = -1/2 + j\sqrt{3}/2 \quad \bar{a}^2 = -1/2 - j\sqrt{3}/2 \quad \bar{a}^0 = \bar{a}^3 = 1 \quad 1 + \bar{a}^2 + \bar{a} = 0$$

برای یافتن مولفه های فازهای دیگر هر کدام از مولفه ها در بردار  $\bar{a}$  یا  $\bar{a}^2$  ضرب می شوند.

$$\begin{cases} \bar{I}_{0,1} = \frac{1}{3}(\bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3) \\ \bar{I}_{i,1} = \frac{1}{3}(\bar{I}_1 + \bar{a}^2\bar{I}_2 + \bar{a}\bar{I}_3) \\ \bar{I}_{d,1} = \frac{1}{3}(\bar{I}_1 + \bar{a}\bar{I}_2 + \bar{a}^2\bar{I}_3) \end{cases} \quad \text{فاز ۱}$$

$$\begin{cases} \bar{I}_{0,2} = \bar{I}_{0,1} \\ \bar{I}_{i,2} = \bar{a}\bar{I}_{i,1} \\ \bar{I}_{d,2} = \bar{a}^2\bar{I}_{d,1} \end{cases} \quad \text{فاز ۲}$$

$$\begin{cases} \bar{I}_{0,3} = \bar{I}_{0,1} \\ \bar{I}_{i,3} = \bar{a}^2\bar{I}_{i,1} \\ \bar{I}_{d,3} = \bar{a}\bar{I}_{d,1} \end{cases} \quad \text{فاز ۳}$$

در سیستم سه فاز متقارن داریم:

$$\bar{I}_1 = I_1 \angle 0 - \alpha$$

$$\bar{I}_2 = I_2 \angle -120^\circ - \alpha = I_2 \angle 240^\circ - \alpha = \bar{I}_1 \bar{a}^2$$

$$\bar{I}_3 = I_3 \angle -240^\circ - \alpha = I_3 \angle 120^\circ - \alpha = \bar{I}_1 \bar{a}$$

$$0 \quad 0$$

نکته: حتماً دقت نمائید که رعایت نوشتن ترتیب  $i$  - در برابر مولفه های متقارن اهمیت دارد. زیرا محل  $+ d$

نوشتن این مولفه ها تعیین کننده عناصر ماتریس تبدیل  $\bar{T}$  و  $\bar{T}^{-1}$  است. در صورتیکه در برخی مراجع محل

$$0 \quad 0$$

نوشتن مولفه ها بصورت  $+ d$  باشد در آنصورت ماتریسهای تبدیل بدست آمده  $\bar{T}^{-1}$  و  $\bar{T}$  معکوس  $- i$

ماتریسهای ارائه شده در این درس خواهند بود.

مثال: مولفه های ترتیب صفر، ۱ و ۲ (هموپولر، معکوس و مستقیم) جریان سه فاز را در رژیم دائم سینوسی زیر را پیدا کنید.

$$i_1(t) = 5\sqrt{2} \sin(314t) = \sqrt{2} \operatorname{Im}\{\bar{I}_1 e^{j\omega t}\}$$

$$i_2(t) = 0 = \sqrt{2} \operatorname{Im}\{\bar{I}_2 e^{j\omega t}\}$$

$$i_3(t) = 10\sqrt{2} \cos(314t) = 10\sqrt{2} \sin(314t - 90) = \sqrt{2} \operatorname{Im}\{\bar{I}_3 e^{j\omega t}\}$$

در روابط سینوسی و بر حسب مقادیر موثر خواهیم داشت:

$$\bar{I}_1 = 5\angle 0^\circ \quad \bar{I}_2 = 0 \quad \bar{I}_3 = 10\angle -90^\circ$$

مقادیر موثر      مقادیر موثر      مقادیر موثر

در روابط کسینوسی و بر حسب مقادیر موثر خواهیم داشت:

$$\bar{I}_1 = 5\angle 90^\circ \quad \bar{I}_2 = 0 \quad \bar{I}_3 = 10\angle 0^\circ$$

مولفه های فاز I به صورت زیر هستند:

$$\bar{I}_{0,1} = 1/3(\bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3)$$

$$\bar{I}_{i,1} = 1/3(\bar{I}_1 + \bar{a}^2 \bar{I}_2 + \bar{a} \bar{I}_3)$$

$$\bar{I}_{d,1} = 1/3(\bar{I}_1 + \bar{a} \bar{I}_2 + \bar{a}^2 \bar{I}_3)$$

$$\bar{a} = e^{j\frac{2\pi}{3}} = 1\angle 120^\circ$$

$$\bar{a}^2 = e^{j\frac{4\pi}{3}} = 1\angle 240^\circ$$

$$\bar{a} \bar{I}_2 = 0 \quad \bar{a}^2 \bar{I}_2 = 0$$

$$\bar{a} \bar{I}_3 = 10\angle 30^\circ \quad \bar{a}^2 \bar{I}_3 = 10\angle 150^\circ$$

$$\bar{I}_{0,1} = 1/3(5 + 0 + 10\angle -90^\circ) = 3.72\angle -63.43$$

$$\bar{I}_{i,1} = 1/3(5 + 0 + 10\angle 30^\circ) = 4.84\angle 20.1$$

$$\bar{I}_{d,1} = 1/3(5 + 0 + 10\angle 150^\circ) = 2.06\angle 126.2$$

,

$$\bar{I}_{0,2} = 3.72\angle -63.43$$

$$\bar{I}_{i,2} = 4.84\angle 140.1$$

$$\bar{I}_{d,2} = 2.06\angle 366.2 \approx 6.2$$

,

$$\bar{I}_{0,3} = 3.72\angle -63.43$$

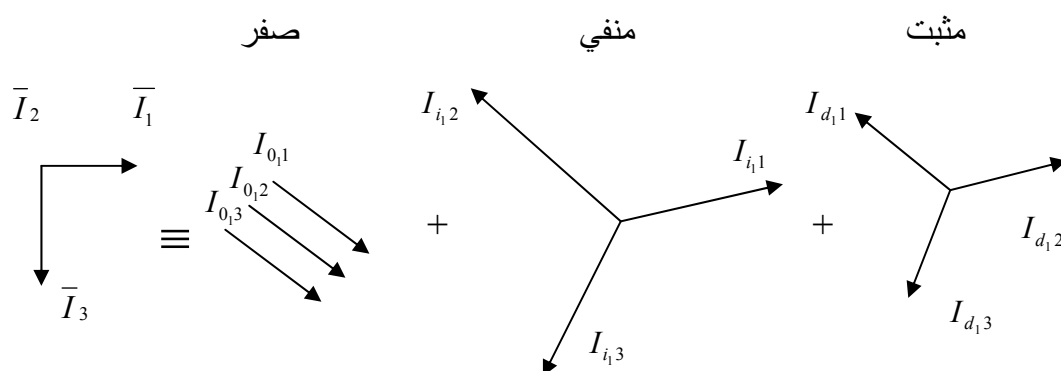
$$\bar{I}_{i,3} = 4.84\angle 260.1$$

$$\bar{I}_{d,3} = 2.06\angle 246.2$$

ملاحظه می شود که نتیجه قبلی حاصل شده است:

فاز ۱	فاز ۲	فاز ۳
$I_{0,1}$	$I_{0,2} = I_{0,1}$	$I_{0,3} = I_{0,1}$
$I_{i,1} \rightarrow$	$I_{i,2} = aI_{i,1}$	$\rightarrow I_{i,3} = a^2I_{i,1}$
$I_{d,1}$	$I_{d,2} = a^2I_{d,1}$	$I_{d,3} = aI_{d,1}$

بوده و در شبکه توالی صفر نسبت به شین مرجع مدار باز خواهیم داشت. شبکه توالی صفر چنین اتصالی در شکل زیر نشان داده شده است.



تحقیق درستی بردار های مولفه های متقارن از روش ترسیمی

